

Modelado Matemático En Matlab De Un Motor De Inducción Trifásico



Javier Mario Griffiths Jáuregui
Carrera de Ingeniería Sistemas Electrónicos Escuela Militar de Ingeniera
La Paz, Bolivia
javier.griffiths@gmail.com



Mathematical Modeling In Matlab Of A Three-Phase Induction Motor

Resumen – Se aborda una representación de un modelo matemático de un motor de inducción trifásico, analizando sus componentes representativos y modelando estos en una función de transferencia que permita con la herramienta Matlab simular el comportamiento del motor.

Para esta representación se analiza y se encuentra la ecuación representativa a través de la equivalencia y aproximación de su circuito.

Se obtiene la curva de rendimiento del motor y se modela distintos métodos de control de velocidad del motor, así la curva de rendimiento para cada método.

Palabras Claves— Motor, motor a inducción trifásica, rendimiento del motor a inducción,

Abstract - A representation of a mathematical model of a three-phase induction motor is addressed, analyzing its representative components and modeling these in a transfer function that allows the Matlab tool to simulate the behavior of the motor.

For this representation, the representative equation is analyzed and found through the equivalence and approximation of its circuit.

The performance curve of the motor is obtained, and different methods of motor speed control are modeled, as well as the performance curve for each method.

Keywords— Motor, three-phase induction motor, induction motor performance

I. INTRODUCCION

Se plantea la representación de un modelo matemático del motor a inducción trifásico, para esto se estructura la representación del modelo en base a componentes electrónicos que contemplan reactancias e impedancias.

El circuito que representa al motor de inducción permitirá realizar simulaciones que mostrarán, la velocidad sincrónica del motor, la velocidad del rotor, el deslizamiento, la corriente necesaria para el inicio, la corriente completa necesaria, inicio del torque y máximo torque existente.

Para llegar al modelo matemático se debe realizar una explicación de la definición y funcionamiento del motor trifásico. Comenzando por describir los tipos de motores a inducción existentes, descripción de las formulas básicas respecto a la velocidad sincrónica y aspecto de funcionamiento del mismo que se basan en el circuito equivalente que representa el comportamiento del motor a inducción.

Este circuito equivalente será la base de cálculo de la corriente del rotor, representación del desarrollo de la función para el torque del motor, representación del inicio de la generación del torque, el deslizamiento para el máximo torque, la máxima regeneración del torque y determinar las regiones de operación relacionando la velocidad y el torque.

Se utiliza la aplicación como herramienta de simulación Matlab, que mostrará la simulación mediante gráficas del comportamiento del motor.

Se obtienen las curvas representativas relacionadas

al rendimiento del motor a inducción, mediante parámetros de velocidad y torque.



Fig. 1. Motor a inducción trifásica

TABLA I
SIMBOLOS DESCRIPCIÓN

Símbolo	Quantity
$E_r; E_m$	Rms y pico de voltaje inducido del rotor por fase, respectivamente
$f; V_{dc}$	Frecuencia de suministro y voltaje de suministro de CC, respectivamente
$I_s; I_r$	Corrientes rms del estator y del rotor en sus devanados automáticos, respectivamente
$R_s; X_s$	Resistencia del estator por fase y reactancia en los devanados del rotor, respectivamente
$R'_r; X'_r$	Rotor por resistencia de fase y reactancia reflejada en los devanados del estator, respectivamente
$R_m; X_r$	Resistencia magnetizante y reactancia, respectivamente.

II. PROCEDIMIENTO PARA EL ENVÍO DEL TRABAJO

A. Controladores de motor de inducción

Los motores de inducción trifásicos tienen devanados de estator y rotor trifásicos, esto quiere decir que los devanados de estator se alimentan de voltajes de corriente alterna trifásicos que están balanceados, estos son los que producen voltajes inducidos en el rotor.

La distribución de los devanados del estator debe estar organizados, de forma que se obtenga efecto de múltiples polos que producen varios ciclos de fuerza magnetomotriz (mmf) o la generación del campo magnético, este establece una densidad de flujo sinusoidal distribuida entre el entrehierro.

Debido a esto se produce la velocidad de giro que se denomina velocidad sincrónica,

La velocidad sincrónica, es la velocidad a la que gira la onda de campo magnético cuando se transfiere del estator al rotor.

$$w_s = \frac{2w}{p} \quad \text{ec. 1}$$

p : Número de polos

w : frecuencia de suministro $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

w_s : velocidad sincrónica

Si el voltaje de fase en el estator produce un flujo $\phi_s = \sqrt{2} \cdot V_s$, la señal estará representada en función del tiempo por:

$$\phi(t) = \phi_m \cos(w_m t + \delta - w_s t) \quad \text{ec. 2}$$

Y el voltaje inducido por fase en el devanado del rotor es:

$$e_r = N_r \frac{d\phi}{dt} \quad \text{ec. 3}$$

Realizando la derivada de la función $\phi(t)$ se obtiene:

$$e_r = -s\sqrt{2}E_r \sin(sw_s t - \delta) \quad \text{ec. 4}$$

Donde:

N_r : número de vueltas en cada fase del rotor

w_m : velocidad angular del rotor o frecuencia, Hz

δ : posición relativa del rotor

E_r : valor del voltaje inducido en el rotor. V

E_m : voltaje pico inducido por el rotor por fase, V

Y s es el deslizamiento defino como:

$$s = \frac{w_s - w_m}{w_s}$$

Relacionando con la velocidad generada eléctricamente en el rotor se tiene:

$$w_r = w(1 - s)$$

Se relaciona con la frecuencia de suministro w , es frecuente que en la velocidad del rotor se establezca un valor deseado que se suma al deslizamiento para calcular la frecuencia de suministro deseada.

A continuación, se pasa a describir el circuito equivalente para una fase del rotor:

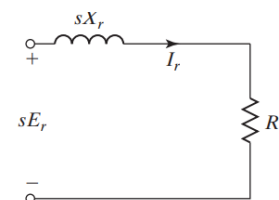


Fig. 2. Circuito equivalente del rotor

Donde:

R_r : es la resistencia por fase de los devanados del rotor

X_r : es la reactancia de fuga por fase del rotor

E_r : representa el voltaje de fase rms inducido cuando la velocidad es cero (o $s = 1$)

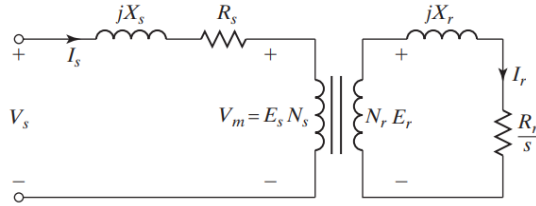


Fig. 3. Circuito estator y rotor

De acuerdo con los anteriores circuitos se puede obtener el circuito equivalente:

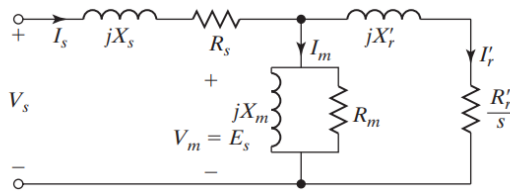


Fig. 4. Circuito equivalente de un motor a inducción

Observando el circuito equivalente se obtienen las siguientes ecuaciones. La corriente del rotor está dada por:

$$I_r = \frac{s E_r}{R_r + js X_r} = \frac{E_r}{\frac{R_r}{s} + j X_r}$$

Donde R_r y X_r se refieren al devanado del motor.

En la figura 2 se muestra el circuito equivalente del rotor, en la figura 3 se observa el modelo de circuito por fase de los motores de inducción.

El modelo de circuito completo se observa en la figura 4, donde R_s y X_s son las resistencias por fase y la reactancia de fuga del devanado del estator. Asimismo, R_m representa la resistencia para la pérdida de excitación en el núcleo y X_m la reactancia de magnetización.

Se consideran pérdidas en el núcleo del estator cuando el estator esté conectado y la pérdida de deslizamiento realice el efecto en el rotor.

B. Características de rendimiento

La corriente del rotor I_r y la corriente del estator I_s se observan en el modelo del circuito, para lo cual se puede obtener el circuito equivalente de la aproximación por fase, figura 5.

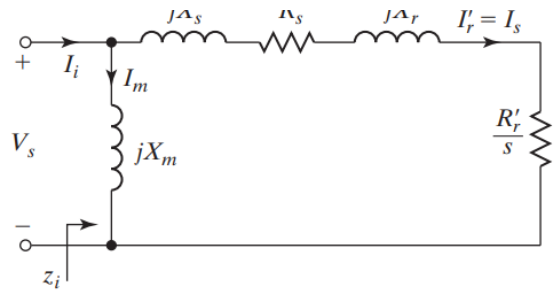


Fig. 5. Circuito equivalente de la aproximación por fase

Para la impedancia del de entrada del motor se tiene:

$$Z_i = \frac{-X_m(X_s + X'_r) + jX_m(R_s + \frac{R'_r}{s})}{R_s + \frac{R'_r}{s} + j(X_m + X_s + X'_r)}$$

El ángulo del factor de potencia (FP) del motor:

$$\theta_m = \pi - \tan^{-1} \frac{R_s + \frac{R'_r}{s}}{X_s + X'_r} + \tan^{-1} \frac{X_m + X_s + X'_r}{R_s + \frac{R'_r}{s}}$$

De la figura 5 se tiene la corriente rms del rotor:

$$I'_r = \frac{V_s}{[(R_s + \frac{R'_r}{s})^2 + (X_s + X'_r)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

El rendimiento estaría dado por el torque:

$$T_d = \frac{3R'_r V_s^2}{s w_s [(R_s + \frac{R'_r}{s})^2 + (X_s + X'_r)^2]}$$

Al inicio del funcionamiento del motor, el torque de inicio este dado para $N_r = 0$ y $s = 1$:

$$T_d = \frac{3R'_r V_s^2}{w_s [(R_s + \frac{R'_r}{s})^2 + (X_s + X'_r)^2]}$$

El deslizamiento para el máximo torque:

$$s_m = \pm \frac{R'_r}{[R_s^2 + (X_s + X'_r)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

Para el máximo torque se tiene:

$$T_{mm} = \frac{3V_s^2}{2w_s [R_s + \sqrt{R_s^2 + (X_s + X'_r)^2}]}$$

El máximo torque regenerativo:

$$s = s_m$$

$$s_m = \pm \frac{R'_r}{X_s + X'_r}$$

$$T_{mr} = \frac{3V_s^2}{2\omega_s \left[-R_s + \sqrt{R_s^2 + (X_s + X'_r)^2} \right]}$$

C. Representación de modelo matemático. rendimiento

En base a las ecuaciones descritas anteriormente, se utiliza Matlab como herramienta para la representación del rendimiento del motor.

```
% CURVA DE RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN
clear
clc
r1 = 0.641; % Resistencia del Estator (ohm)
x1 = 1.106; % Reactancia de Estator (ohm)
r2 = 0.332; % Resistencia Rotor (ohm)
x2 = 0.464; % Reactancia del Rotor (ohm)
xm = 23.3; % Reactancia magnetizante (ohm)
v_ph = 315/sqrt(3); % Voltaje de Fase (voltios)
n_s = 1800; %Sincronización de la velocidad (RPM)
w_s = 2*pi*n_s/60; % Sincronización de la velocidad (rad/seg)
s = -1 : 0.0001 : 2;
n_m = (1 - s)*n_s;

for i = 1500 : 30001
    t(i) = (3*(v_ph^2) * (r2/s(i)) )/(w_s * (((r1 + (r2/s(i)))^2) + (x1 + x2)^2));
end
plot(n_m,t,'r--')
title({'RENDIMIENTO DE UN MOTOR A INDUCCION'}, 'fontsize',15)
xlabel('VELOCIDAD(RPM)', 'fontsize',15)
ylabel('TORQUE N-M', 'fontsize',15)
legend('TORQUE-VELOCIDAD')
grid on
```

Se consideran valores de resistencias y de las reactancias propias del motor a inducción trifásico, se codifica el programa para Matlab, donde se considera un voltaje de fase de $\frac{315}{\sqrt{3}}$, la velocidad de sincronización de 1800 rpm. Y se obtiene como resultado:

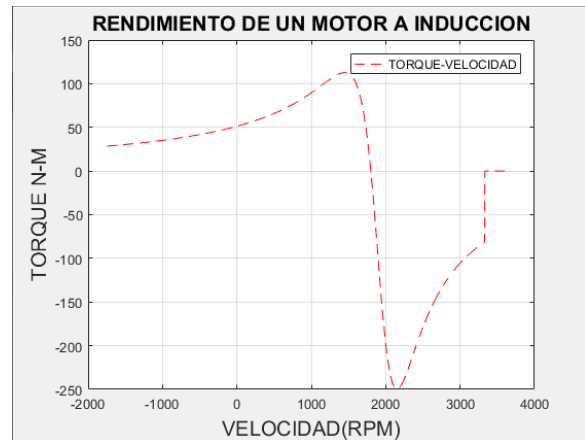


Fig.6. Representación de la curva de rendimiento del motor a inducción

Como se observa en la figura 6, donde se tiene una región de frenado, la región donde el motor llega a su máximo torque y la región de generación, según se muestra en la figura 7:

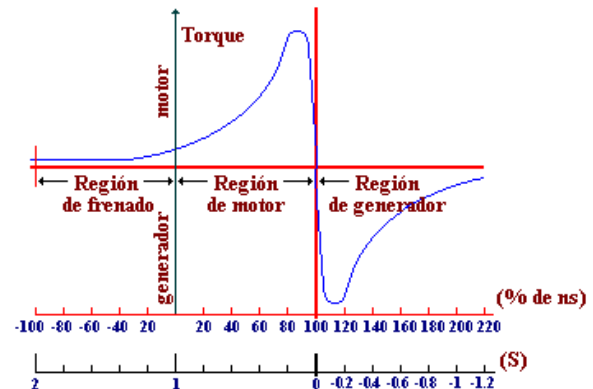


Fig.7. Curva característica del torque

Existen tres regiones de operación, el funcionamiento del motor con $0 < s < 1$, en esta región el motor gira en la misma dirección del campo, hasta alcanzar su máximo torque después se reduce el deslizamiento debido a una reducción del flujo en el entrehierro. La región de regeneración $s < 0$ en el cual la velocidad del rotor es mayor que la velocidad sincrónica en igual dirección y con el deslizamiento negativo. Operación en sentido contrario en esta el motor tiene sentido de giro contrario a la dirección del campo, y el deslizamiento es mayor que 1.

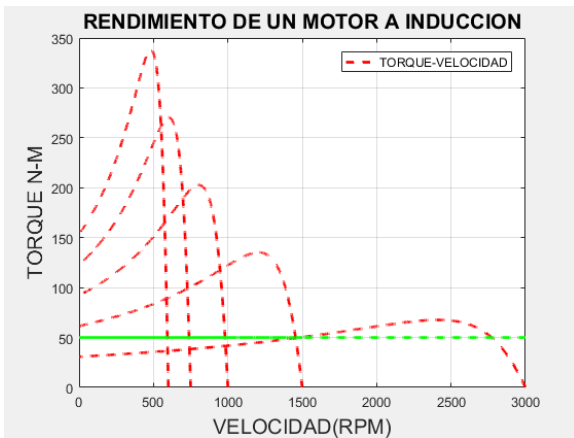


Fig.8. Curva característica del torque de la simulación

Para obtener la gráfica de la figura 8, se ha realizado el siguiente código en Matlab, en el cual se programa la velocidad de sincronización, el deslizamiento en un rango de 0 a 1 con un paso de 0.0001.

```
% CURVA DE RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN
clear
clc
r1 = 0.641; % Resistencia del Estator (ohm)
x1 = 1.106; % Reactancia de Estator (ohm)
r2 = 0.332; % Resistencia Rotor (ohm)
x2 = 0.464; % Reactancia del Rotor (ohm)
xm = 23.3; % Reactancia magnetizante (ohm)
v_ph = 315/sqrt(3); % Voltaje de Fase (voltios)
f = 50; % Frecuencia suministrada
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for p = 2:2:10
    n_s = 120*f/p; % Velocidad de sincronización
    w_s = 2*pi*n_s/60;
    s = 0:0.0001:1; % Deslizamiento
    n_m = (1 - s)*n_s; % Velocidad en el Rotor
    for i = 1:10001
        t1(i) = 50; % Carga del Torque
        t(i) = (3*(v_ph^2) * (r2/s(i)))/(w_s * ((r1 + (r2/s(i)))^2) + (x1 + x2)^2));
    end
    plot(n_m,t,'r--','linewidth',2)
    hold on
    plot(n_m,t1,'g--','linewidth',2)
    title('RENDIMIENTO DE UN MOTOR A INDUCCION','fontsize',15)
    xlabel('VELOCIDAD(RPM)','fontsize',15)
    ylabel('TORQUE N-M','fontsize',15)
    legend('TORQUE-VELOCIDAD')
    grid on
    hold on
end
```

D. Torque vs la velocidad

Usted tendrá mayor control sobre la apariencia de sus figuras si usted puede preparar los archivos electrónicos de imagen. Si usted no tiene las habilidades de computación requeridas, sólo envíe las impresiones de papel como se describió

anteriormente y salte esta sección.

IX. CONCLUSIÓN

Se llega a las siguientes conclusiones:

Se ha construido una función de transferencia a través de modelar el comportamiento del motor a inducción trifásico utilizando la herramienta Matlab, en esta herramienta se ha realizado variaciones de los parámetros para simular el comportamiento y rendimiento del motor a inducción.

Se ha comprobado las regiones de operación del motor, y se ha mostrado las curvas representativas de la velocidad con relación al torque y que son inversamente proporcionales.

Se ha mostrado a través de las gráficas el máximo torque que se obtiene con los parámetros y características del motor, cambiando la frecuencia de operación, número de polos, velocidad de sincronismo y otros que establecen la representación de la curva característica.

Ha sido posible comprobar que el modelo del circuito de un motor de inducción trifásico puede ser representado por el modelo de circuito considerando los elementos activos como las reactancias y las impedancias resistivas que configuran el modelo matemático sobre el cual se trabaja.

REFERENCES

- [1] Muhammad H. Rashid, "POWER ELECTRONIC devices, circuits an applications" 4ta ed. Wetsford USA 2014.
- [2] Timothy J. Maloney *Electrónica Industrial Dispositivos y sistemas* Prentice Hall Mexico 1983
- [3] Katsuhiko Ogata *Ingeniería de Control Moderno*. Pearson Educación. Madrid España.2010
- [4] Muhammad H. Rashid, "Electrónica de Potencia, circuitos, dispositivos y aplicaciones" 3ra Ed. Mexico 2004.
- [5] E. H. Miller, "A note on reflector arrays (Periodical style— Accepted for publication)," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, to be published.
- [6] J. Wang, "Fundamentals of erbium-doped fiber amplifiers
- [7] J. Jones. (1991, May 10). *Networks* (2nd ed.) [Online]. Available: <http://www.atm.com>
- [8] (Journal Online Sources style) K. Author. (year, month). Title. *Journal* [Type of medium]. Volume(issue), paging if given. Available: <http://www.URL>
- [9] R. J. Vidmar. (1992, August). On the use of atmospheric plasmas as electromagnetic reflectors. *IEEE Trans. Plasma Sci.* [Online]. 21(3). pp. 876—880. Available: <http://www.halcyon.com/pub/journals/21ps03-vidmar>



Biografía Autor

Griffiths Javier. Autor 1.
Ingeniero Electrónico con especialidad en depósito de datos, docente de la carrera de Ingeniería Mecatrónica de la Escuela militar de Ingeniería E.M.I gestión 2022.

Ha trabajado como docente en distintas universidades de Bolivia como la Universidad

Mayor de San Andrés, Universidad Pública de El Alto UPEA. Universidad Tomas Frías (Posgrado Escuela Militar de Ingeniería

En la vida profesional ha trabajado en la Autoridad de Regulación y Fiscalización de Telecomunicaciones y transportes, en el sector de Sistemas y Regulación-

Experiencia en el sector industrial en la automatización de maquinas envasadoras y de soplado para plásticos, en máquinas de la industria textil.